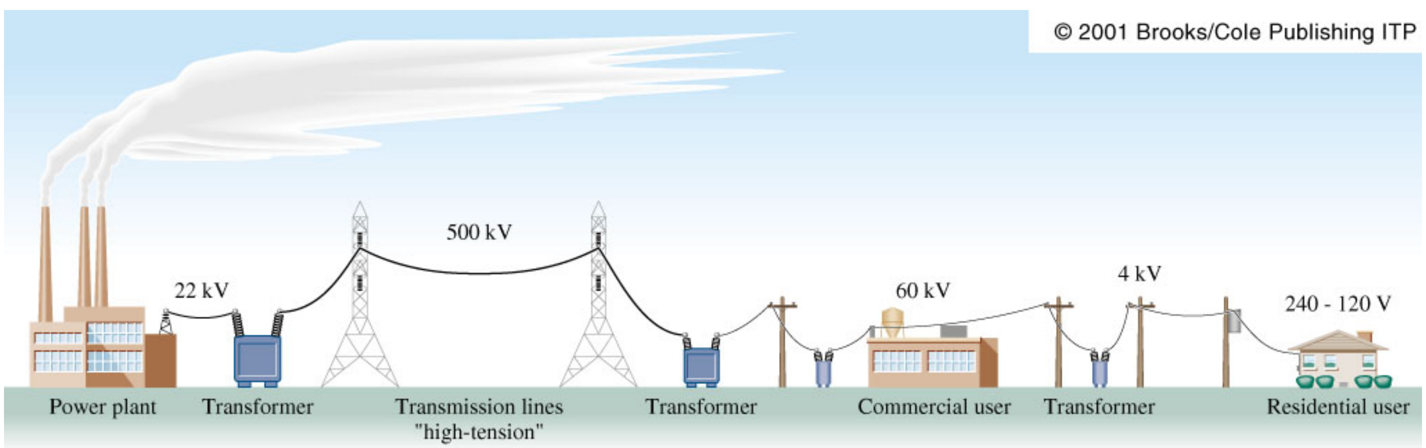
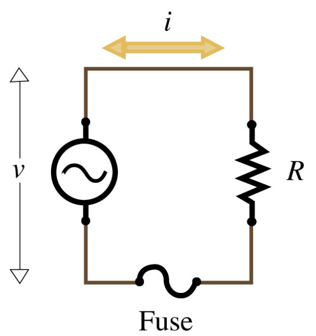
Courant alternatif

Au lieu d'avoir toujours la même polarité, chaque borne d'un générateur de tension alternative est positive puis négative en alternance. Les électrons du courant se déplacent dans un sens et dans l'autre, oscillant sur place, avec leur basse vitesse de migration. La fréquence de cette oscillation est donnée par la fréquence du générateur. L'énergie est transportée par la propagation du front de cette oscillation, la zone entre les électrons qui oscillent déjà et ceux qui n'oscillent pas encore. Ce front se déplace à la vitesse de la lumière.

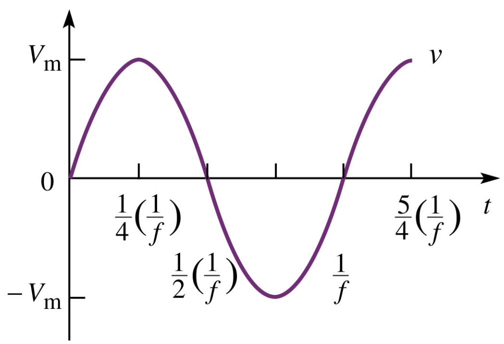
Comme la perte de puissance par effet Joule dans un fil est $P = IV = I^2R = V^2/R$ et $R \propto l$, il est préférable de transmettre l'énergie électrique avec des lignes de haute tension et de bas courant. Ceci est simple avec le courant alternatif, parce qu'il est facile d'élever et abaisser la tension alternative (cf 21.13 ff).



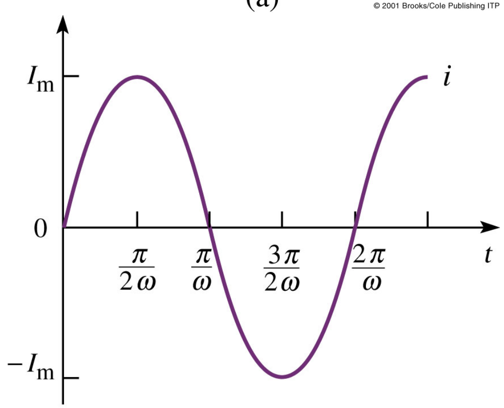
Courant alternatif dans une résistance



(b)



(a)



(c)

La fem produite par un générateur de courant alternatif peut être décrite par une fonction sinusoïdale avec fréquence angulaire $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$ (cf 20.20). La tension instantanée $V(t)$ est donc

$$V(t) = V_{\max} \sin \omega t = V_{\max} \sin 2\pi f t$$

avec la tension maximale $V_{\max}$. Le courant instantané $I(t)$ suit la loi d'Ohm :

$$I(t) = I_{\max} \sin \omega t = I_{\max} \sin 2\pi f t$$

avec le courant maximal $I_{\max} = V_{\max}/R$. Le courant aussi bien que la tension sont zéro à $t = 0$, $1/2f$, $1/f \ldots$ ou $t = 0$, π/ω, $2\pi/\omega \ldots$ Par conséquent, la puissance instantanée débitée dans une résistance est :

$$P(t) = I^2(t) R$$

Cette puissance varie entre zéro et sa valeur maximale, $P_{\max} = I^2_{\max} R$, $2f$ fois par seconde, trop vite pour qu'un calorimètre puisse mesurer ce débit variable.

Résistances en courant alternatif

Le calorimètre mesure par contre la puissance moyenne

$$P_m = \left[I^2(t)\right]_m R$$

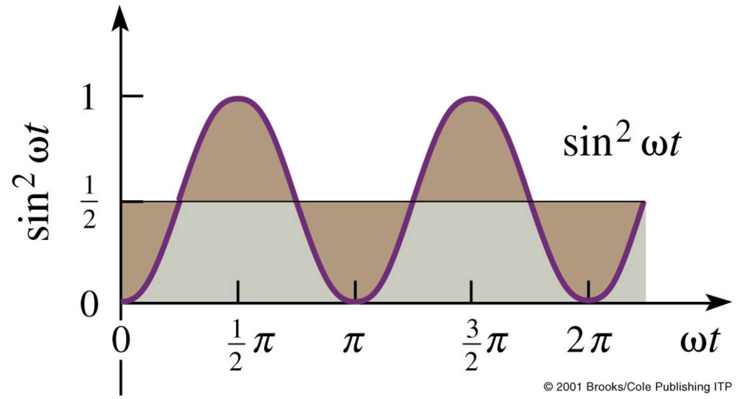
avec la moyenne du carré du courant. On exprime souvent cette moyenne par un courant efficace I_{eff}, qui correspond au courant continue dissipant la même puissance :

$$P_m = I_{\text{eff}}^2 R$$

En comparant les équations, on déduit $I_{\text{eff}}^2 = \sqrt{\left[I^2(t)\right]_m}$. Le courant efficace est la valeur quadratique moyenne du courant instantanée.

Calculons cette valeur pour un courant alternatif sinusoïdal :

$$P_m = I_{\max}^2 \left[\sin^2 \omega t\right]_m R = \frac{1}{2} I_{\max}^2 R = \frac{1}{2} P_{\max}$$



Pour le courant et la tension efficaces du courant alternatif on trouve :

$$I_{\text{eff}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad ; \quad V_{\text{eff}} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \quad ; \quad P_m = I_{\text{eff}}^2 R = I_{\text{eff}} V_{\text{eff}}$$

Exemple : le foehn

Sur la petite plaque métallique d'un sèche-cheveux, on lit 220V et 2200W. Supposant que cet appareil est purement résistif (il ne l'est pas à cause du moteur électrique), quelle est le courant débité dans cet appareil et quelle est sa résistance ? Quelle est la valeur maximale du courant ?

Evidemment le voltage noté sur la plaque est la tension efficace du reseau, V_{eff}. La puissance indiquée est la puissance moyenne, P_m. Leur relation avec le courant efficace est :

$$I_{\text{eff}} = \frac{P_m}{V_{\text{eff}}} = \frac{2200\text{W}}{220\text{V}} = 10.0\text{A}$$

Le courant maximal est alors donné par :

$$I_{\max} = \sqrt{2} I_{\text{eff}} = 1.414\ 10.0\text{A} = 14.1\text{A}$$

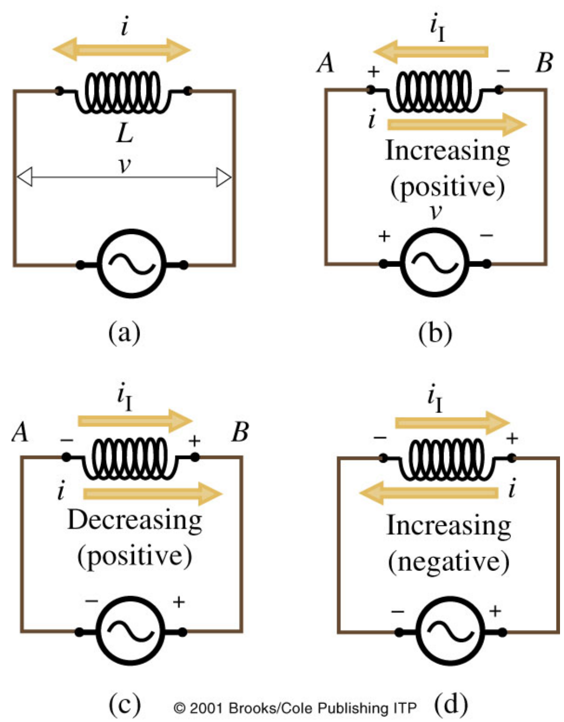
La résistance est donnée par la loi d'Ohm, appliquée aux valeurs efficaces :

$$R = \frac{V_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}} = \frac{220\text{V}}{10.0\text{A}} = 22\Omega$$

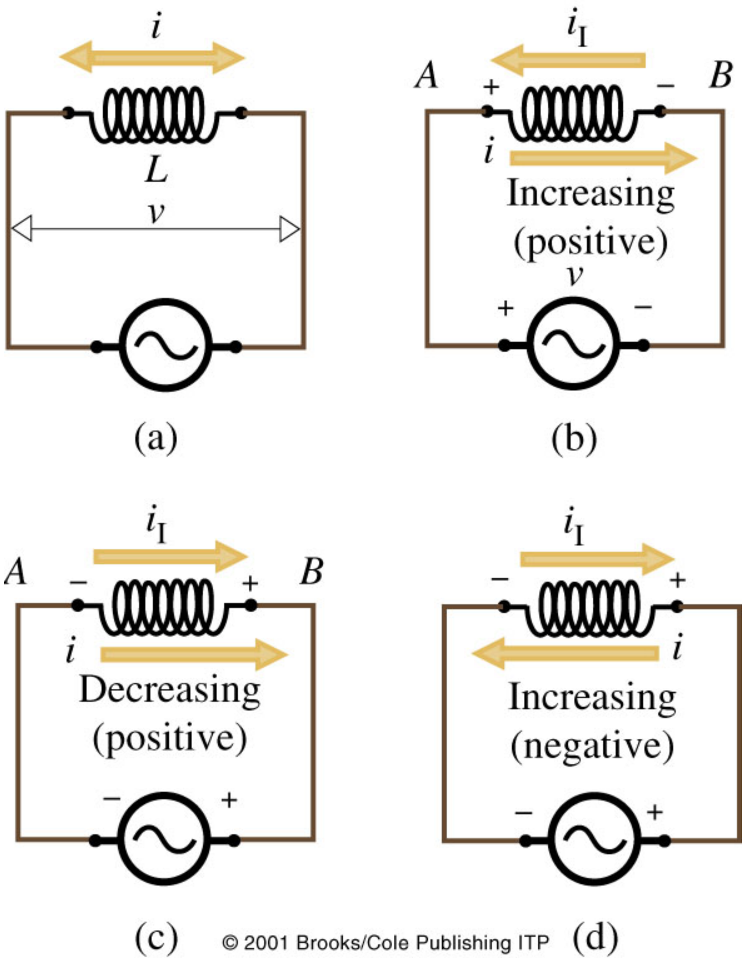
Inducteurs en courant alternatif

Le comportement caractéristique du courant alternatif se manifeste quand il contient des inducteurs ou des condensateurs. Les courants et les tensions à travers ces éléments ne sont pas en phase. Par suite de ces déphasages, il se produit beaucoup de choses intéressantes. Par exemple, dans un tel circuit, la loi d'Ohm ne s'applique pas d'une façon simple : en général, le courant alternatif n'est plus donné par le rapport entre la tension appliquée et la résistance du circuit au courant continu, même si l'on remplace courant et tension par leurs valeurs efficaces.

Prenons pour exemple un circuit simple qui contient un seul inducteur L, avec résistance négligeable. Quand le générateur envoit un courant augmentant, une fem auto-induite s'opposera à la tension du générateur (cf 20.28). Elle causera un courant auto-induit qui s'oppose au changement du flux magnétique. L'inducteur se comporte comme une pile montée au sens opposé. Comme le courant du générateur est sinusoïdal, le flux varie constamment et il y aura une fem sinusoïdale permanente, déphasée de $180°$.



Inducteurs en courant alternatif



Dans le chapitre 20 on a trouvé pour la fem auto-induite :

$$V - L\frac{dI}{dt} = RI \rightarrow L\frac{dI}{dt} = V - RI$$

Dans la limite théorique où $R = 0$, la tension du générateur et la fem auto-induite sont égales et opposées. La somme des différences de potentiel autour de la maille est zéro :

$$\frac{dI}{dt} = \frac{V(t)}{L} = \frac{V_{\max}}{L}\sin\omega t$$

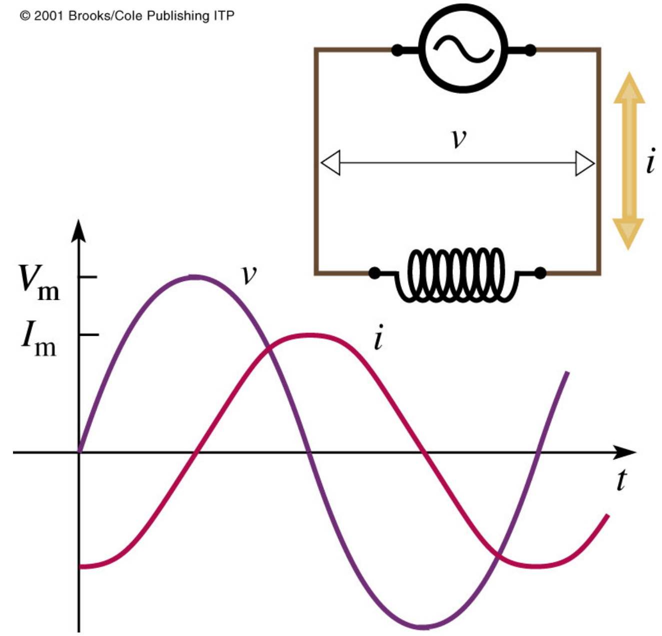
Avec un ansatz $I(t) = A\cos\omega t$ on trouve :

$$-A\omega\sin\omega t = \frac{V_{\max}}{L}\sin\omega t \quad \rightarrow \quad A = -\frac{V_{\max}}{\omega L}$$

et $I(t) = -(V_{\max}/\omega L)\cos\omega t = -I_{\max}\cos\omega t$.

Inducteurs en courant alternatif

Pour une tension du générateur $V(t) = V_{\max}\sin\omega t$ on trouve donc un courant déphasé de $90°$, $I(t) = -I_{\max}\cos\omega t$. Le courant instantané dans un inducteur est en retard d'un quart de période sur la tension instantanée. Il est maximum quand la tension change beaucoup, autour de ses passage par zéro. Il est nul quand la tension ne change pratiquement pas, autour de ses maxima et minima.



Comme $I_{\max} = V_{\max}/\omega L$, on peut établir une relation entre la tension et le courant efficace qui ressemble à la loi d'Ohm :

$$V_{\text{eff}} = \omega L I_{\text{eff}}$$

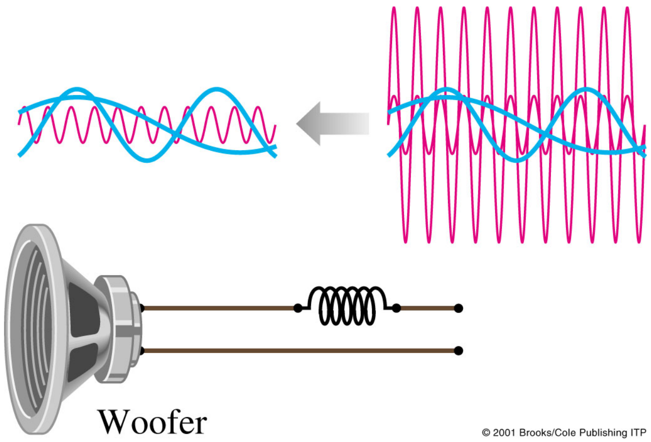
La relation suggère d'introduire une réactance inductive X_L :

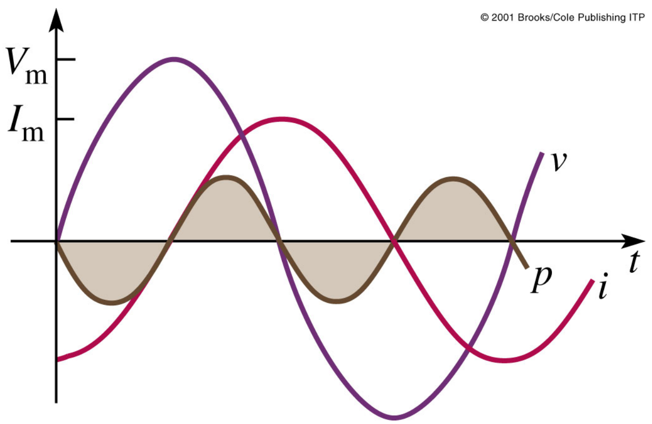
$$X_L = \omega L = 2\pi f L$$

qui est mesurée en Ohm comme la résistance ohmique, mais qui disparait pour un courant continue, c'est à dire à $\omega = 0$. Un inducteur laisse passer le courant continue, mais s'oppose aux hautes fréquences.

Inducteurs en courant alternatif

La réactance inductive $X_L = \omega L$ s'oppose à l'établissement du courant alternatif, c'est une forme d'impédance. En contraste avec la résistance ohmique, qui est indépendante de la fréquence, la réactance inductive est plus importante pour les hautes fréquences que pour les basses fréquences. Des inducteurs dans un circuit filtrent les hautes fréquences.





La puissance instantanée $P(t) = I(t) \cdot V(t)$ est positive quand tension et courant sont tous les deux positifs ou négatifs. Quand ils sont de signes opposés, $P(t) < 0$. Une énergie instantanée $\frac{1}{2} L I^2(t)$ est emmagasinée dans le champ magnétique de la bobine, mais la puissance moyenne débitée par un circuit purement inductif est zéro.

L'énergie est alternativement fournie et réabsorbée par le générateur. Tout cela évidemment dans la limite théorique où il n'y a aucune résistance ohmique dans le circuit.

Exemple : la radio

Un circuit de radio contient un inducteur de 400mH et une résistance de 0.50Ω. Il est braché à une tension alternative efficace de 80V et de 100Hz. Déterminer la réactance de la bobine et le courant efficace débité.

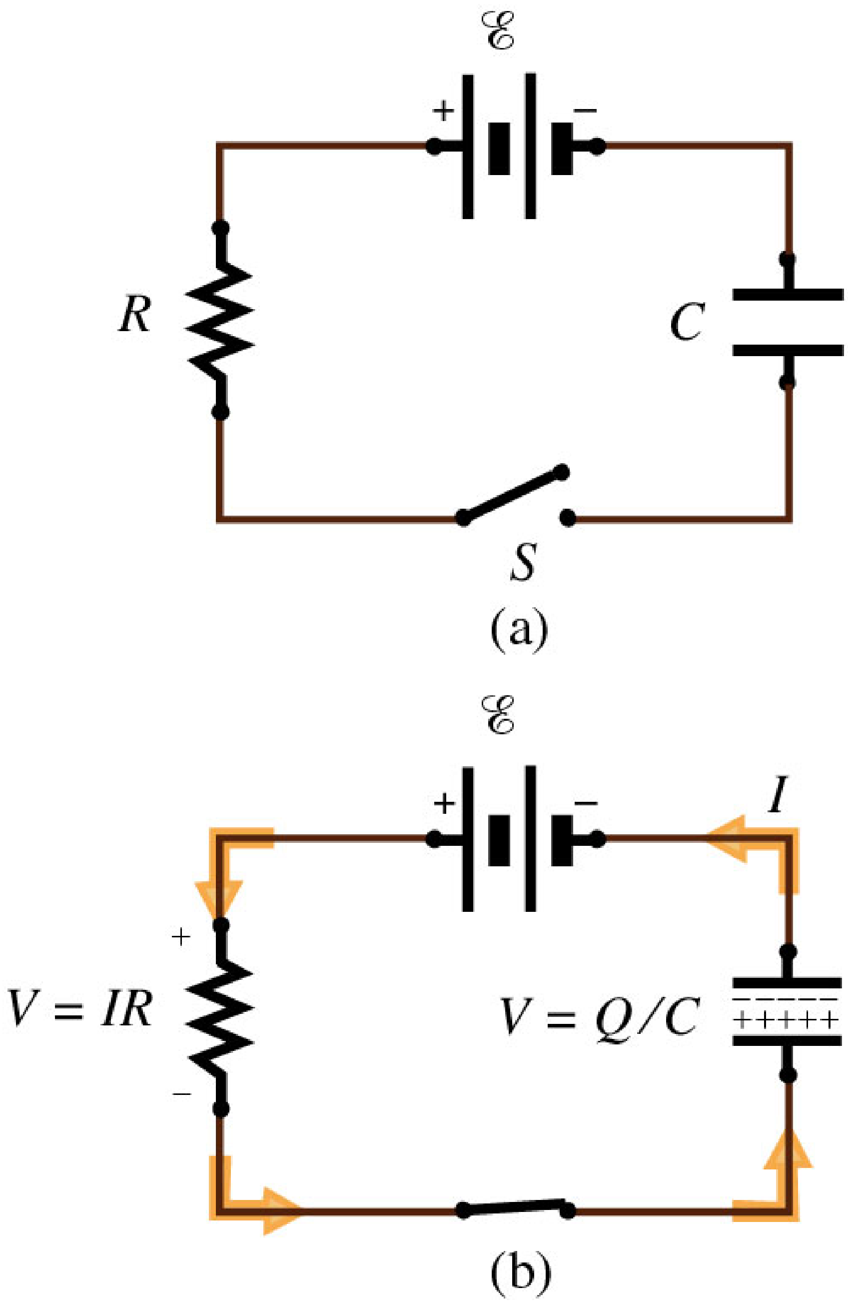
La réactance inductive est

$$X_L = \omega L = 2\pi f L = 2\pi(100\text{Hz})(0.400\text{H}) = 251\Omega$$

Par comparaison à cette valeur, la résistance ohmique $R = 0.5\Omega$ est négligeable, nous pouvons traiter le circuit comme une inductance pure. Le courant est :

$$I_{\text{eff}} = \frac{V_{\text{eff}}}{X_L} = \frac{80\text{V}}{251\Omega} = 0.32\text{A}$$

Condensateurs en courant alternatif

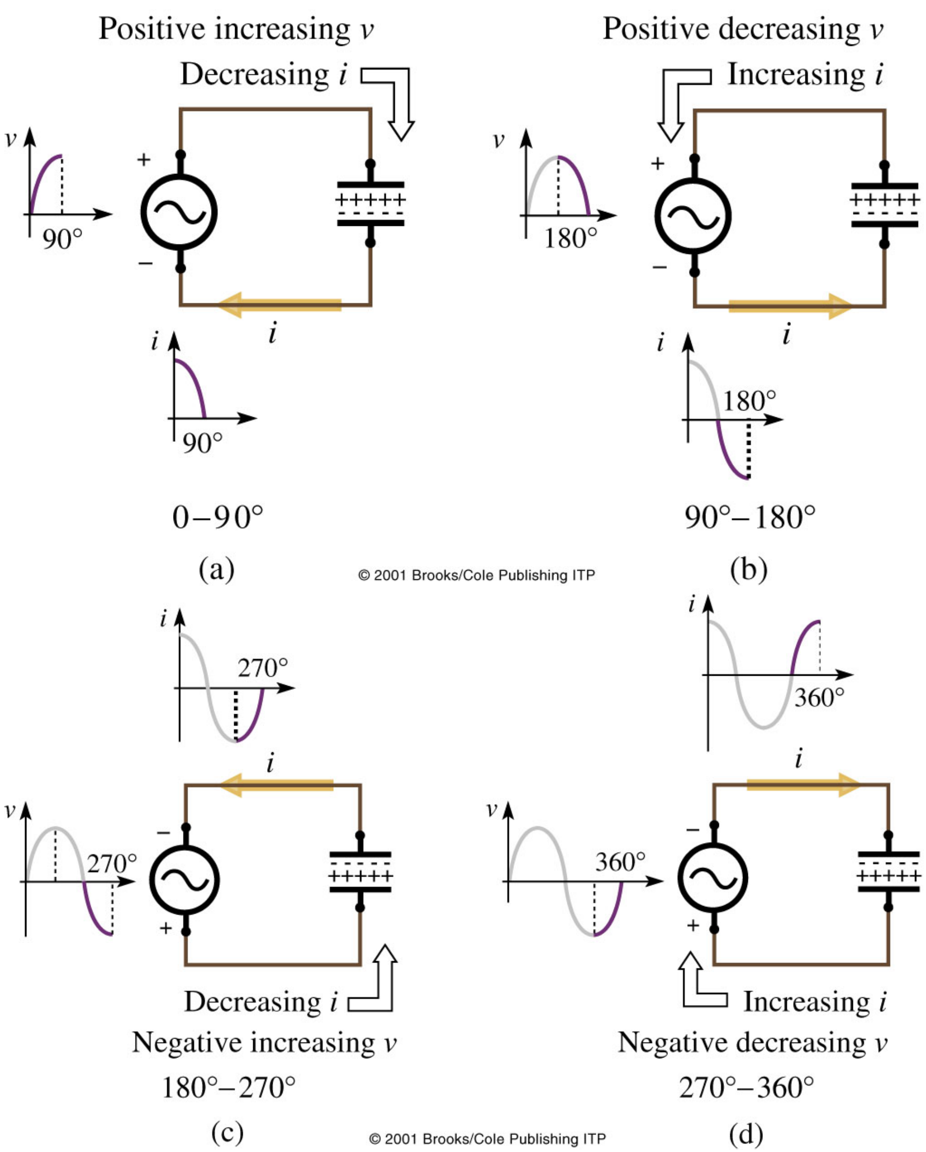


Considérons un condensateur C branché aux bornes d'une pile. Dans le régime transitoire, les charges s'accumulent sur les armatures jusqu'à ce que leur répulsion empêche l'arrivée de nouvelles charges. Un potentiel $V = Q/C$ apparaît entre les armatures et augmente jusqu'à ce qu'il équilibre celui de la pile ; alors le courant s'arrête. Comme C est constant, $\Delta V = \Delta Q/C$, et le courant instantané est :

$$I(t) = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{1}{C}\frac{\Delta V}{\Delta t}$$

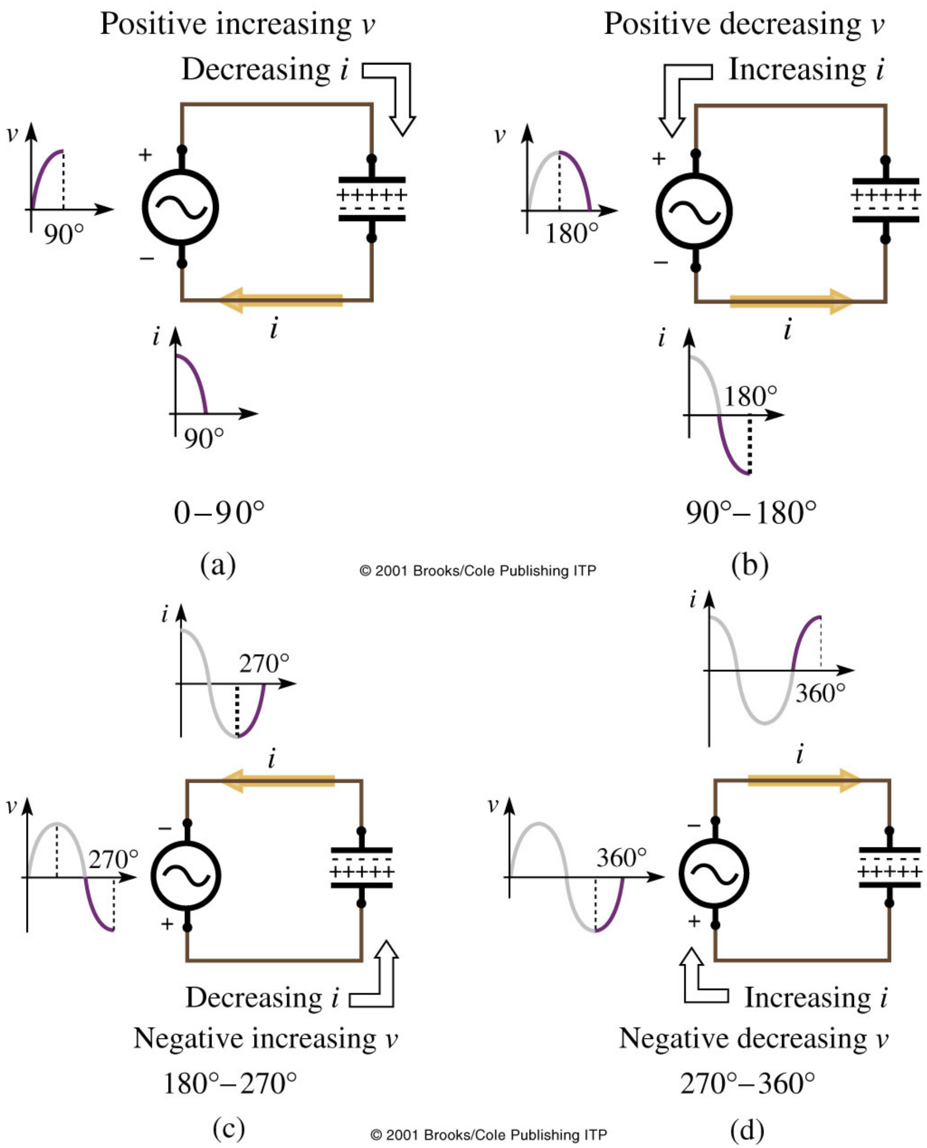
Le courant passe alors uniquement quand V change.

Condensateurs en courant alternatif



Remplaçons la pile par un générateur de tension alternative et comparons la tension $V(t)$ entre les bornes du condensateur et le courant $I(t)$ dans le circuit. A partir de $t = 0$ et pendant le premier quart de période, $V(t)$ est positive et augmente de 0 à $V_{\max}$. Un courant circule dans le sens des aiguilles d'une montre. Il est d'abord intense, car il n'y a pas encore beaucoup de charges sur les armatures qui s'y opposent. Au fur et à mesure que la tension augmente, il y a de plus en plus de charges sur les armatures, et le courant diminue jusqu'à cesser. Quand la phase ωt atteint $90°$, la tension est maximum, $\Delta V/\Delta t = 0$ et le courant est zéro.

Condensateurs en courant alternatif



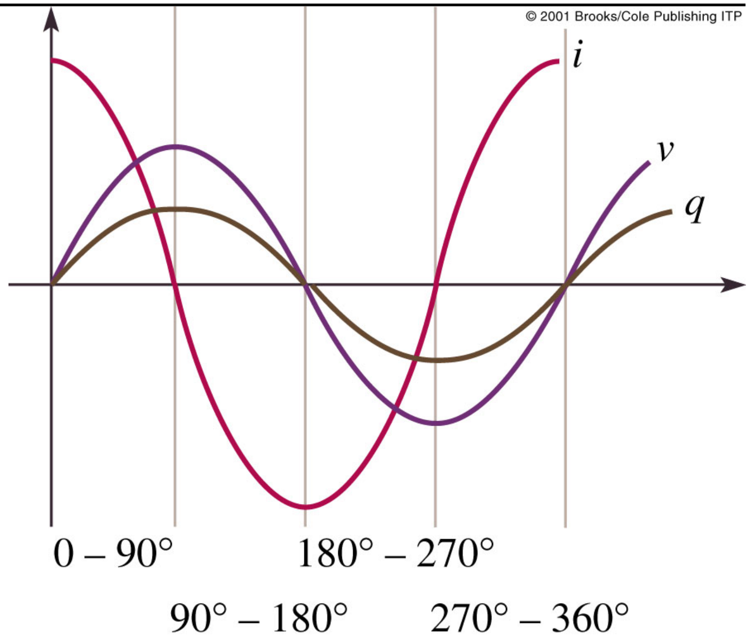
Pendant le second quart de la période, la tension diminue jusqu'à zéro, $\Delta V/\Delta t < 0$, et le condensateur se décharge avec $I < 0$, un courant qui circule dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. Pendant le troisième quart de la période, la tension devient négative, mais le courant ne change pas de sens. Les armatures acquièrent des charges de signes opposés, ce qui réduit le courant de nouveau jusqu'à ce qu'il s'annule. Pendant le quatrième quart de la période, la tension négative diminue, le courant redevient positif et augmente pendant que la tension tend à s'annuler. Le courant instantané dans un condensateur est en avance de phase d'un quart de période, $90°$, sur la tension instantanée.

Condensateurs en courant alternatif

Etant donné la forme sinusoïdale de la tension, nous savons calculer la charge instantanée qui se trouve sur les armatures :

$$Q(t) = V(t)C = CV_{\max} \sin \omega t$$

qui est en phase avec la tension. Pour trouver le courant nous utilisons la définition $I = dQ/dt$:



$$I(t) = \frac{d}{dt}(CV_{\max} \sin \omega t) = CV_{\max}\omega \cos \omega t = I_{\max} \cos \omega t = I_{\max} \sin (\omega t + \frac{\pi}{2})$$

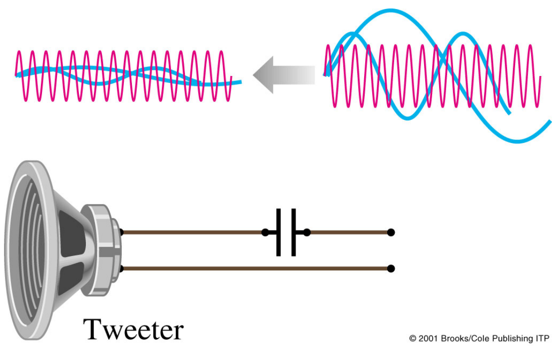
Dans ce cas, $I_{\max} = \omega CV_{\max}$, et la loi qui relie le courant et la tension efficace est :

$$V_{\text{eff}} = \frac{1}{\omega C} I_{\text{eff}}$$

Par conséquent on définit le réactance capacitive $X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$, en ohms, qui mesure l'opposition du condensateur au passage du courant alternatif et constitue une troisième forme d'impédance.

Condensateurs en courant alternatif

A la limite $\omega = 0$ qui correspond au courant continue, la réactance capacitive est infinie. Le condensateur ne laisse pas passer un courant continu. Si la fréquence augmente, la réactance capacitive diminue, contrairement à la réactance inductive. A haute fréquence, les charges ont peu de temps pour s'accumuler sur les armatures du condensateur et empêcher la circulation du courant. En augmentant la capacité du condensateur, on diminue également la réactance capacitive : un condensateur peut stocker plus de charges quand on applique la même tension.



A cause de la proportionalité inverse entre réactance et fréquence, on utilise des condensateurs comme filtres pour supprimer les basses fréquences dans un signal mixte.

Comme dans le cas d'un inducteur, aucune puissance moyenne n'est dissipée par un condensateur idéal, parce que tension et courant sont déphasés de 90°. La puissance instantanée est parfois fournie, parfois réabsorbée par le générateur. Seule la résistance dissipe de l'énergie dans un circuit en courant alternatif et convertit l'énergie électrique en énergie thermique.

Exemple : un condensateur sous tension alternative

On branche un condensateur de 50μF à une source de tension sinusoïdale de 50Hz avec une tension maximale de 100V. Quelle est le courant efficace dans le circuit ? Comment ce courant change-t-il si on élève la fréquence à 5kHz ?

Connaissant la tension maximale, nous pouvons trouver la tension efficace, et moyenant la ráctance capacitive, nous pouvons trouver I. Commençons pra la réactance :

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi(50\text{Hz})(50\mu\text{F})} = 63.7\Omega$$

Avec $V_{\max} = 100$V, $V_{\text{eff}} = 70.7$V et la loi d'Ohm donne :

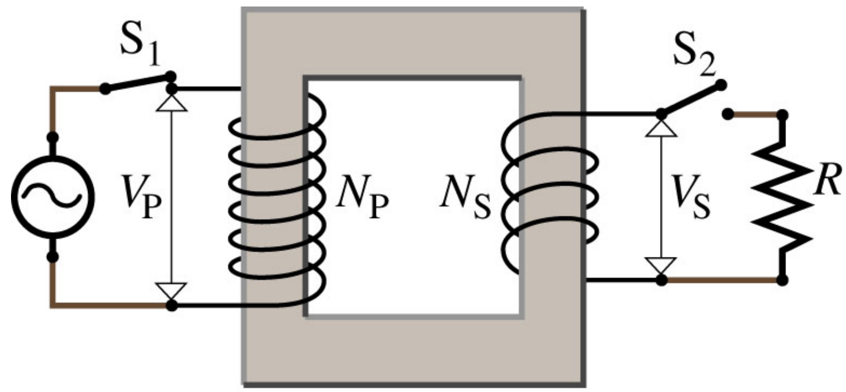
$$I_{\text{eff}} = \frac{V_{\text{eff}}}{X_C} = \frac{70.7\text{V}}{63.7\Omega} = 1.1\text{A}$$

A 5kHz, la réactance baisse d'un facteur 100 et le courant est multiplié par un facteur 100.

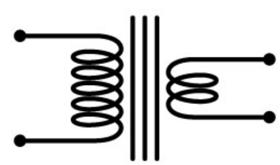
Le transformateur

Un transformateur est un dispositif d'induction qui permet de convertir un courant alternatif intense sous une tension faible en un courant alternatif faible sous une tension élevée. Comme le produit de la tension et du courant déterminent la puissance, cette transformation peut se faire sans grande perte d'énergie.

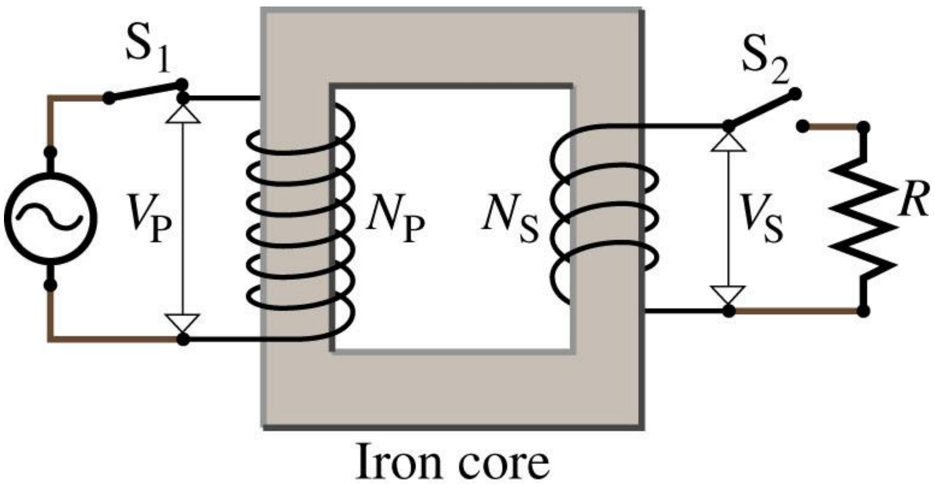
Considérons deux bobines enroulées autour d'un noyau de fer. Une source de tension alternative est brachée sur l'enroulement primaire, et l'interrupteur du circuit secondaire est d'abord ouvert. Comme le courant primaire varie avec le temps, il crée un flux magnétique variable, qui traverse la bobine secondaire. A cause de sa haute perméabilité, le noyau de fer multiplie le flux engendré par un facteur de l'ordre de 10^4 (cf 19.15). Il confine pratiquement tout le flux magnétique qui est alors forcé de passer par la bobine secondaire.



(a)


(b)

Le transformateur

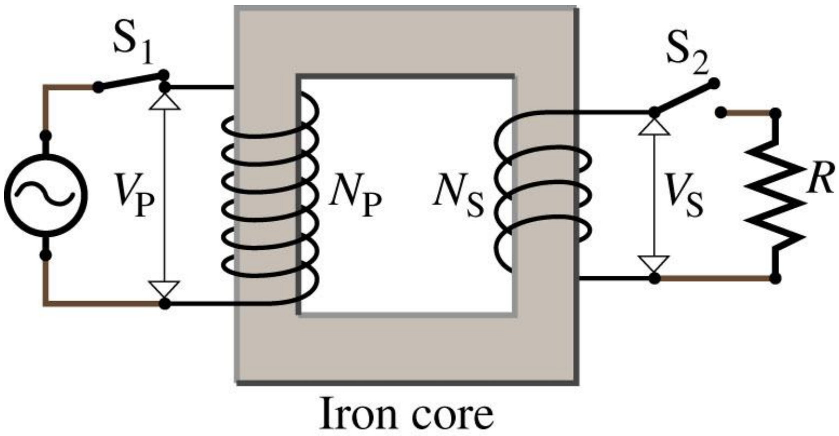


Le circuit primaire a une faible résistance ohmique r, mais il n'est pas en court-circuit à cause de la réactance inductive due à l'auto-inductance L de la bobine primaire, augmentée par le noyau de fer. La fem auto-induite s'oppose à l'augmentation du courant primaire I_P et le maintient à un niveau faible.

Comme le circuit est presque uniquement inductif, l'énergie débitée par la source est négligeable et aucune énergie n'est transferée au circuit secondaire si l'interrupteur S_2 est ouvert.

Le même flux variable traverse tous les tours des deux bobines et la fem induite est la même pour chaque tour. La fem totale induite dans la bobine primaire est proportionelle au nombre de ses tours, N_P, celle induite dans la bobine secondaire est proportionelle à N_S. Si les bobines ont une résistance négligeable, il n'y a aucune chute de tension Ir associée .

Le transformateur



La tension aux bornes de la bobine primaire est alors égale à la tension efficace V_P livrée par la source. De même, la tension efficace livrée à la charge R est celle de la bobine secondaire, V_S. Nous en déduisons que le rapport des tensions efficaces doit suivre le rapport des nombres de tours :

$$\frac{V_P}{V_S} = \frac{N_P}{N_S}$$

La bobine qui a le plus grand nombre de tours correspond à la tension plus élevée. Elle peut se trouver dans le circuit primaire ou secondaire. Avec une tension donnée au primaire, il suffit de choisir le bon rapport du nombre de tours pour produire n'importe quelle tension secondaire. Le transformateur qui alimente les bougies dans une voiture est un exemple de transformation vers les hautes tensions. Le courant continue de la batterie de 12V est transformée en impulsions brèves par un interrupteur. Un transformateur augmente ces impulsions de 12V aux 20kV suffisants pour produire une étincelle dans les bougies à l'intérieur des cylindres, qui allument la vapeur de carburant.

Transformateur et énergie

Les transformateurs perdent de l'énergie uniquement à cause de la résistance ohmique des bobines, des courants de Foucault et de l'aimantation rémanante du noyau de fer. Si ces pertes sont négligeables, la puissance entrante en circuit primaire égale la puissance sortante :

$$I_P V_P = I_S V_S$$

Quand la tension est augmentée par le transformateur, le courant débité est plus faible que celui fourni. Si par contre, la tension est abaissée, le courant augmente. Evidemment, l'équation se rapporte aux courants et tensions efficaces du courant alternatif.

Exemple : adaptateur de secteur

L'adaptateur de secteur d'une calculatrice contient un transformateur et un circuit de redressement qui transforme le courant alternatif en courant continue. Le transformateur est alimenté par la tension du secteur, 220V. Il l'abaisse à une tension alternative de 11.0V qui est en suite redressée pour alimenter la calculatrice en courant continu. Sachant que le secondaire du transformateur est formé de 50 tours, quel doit être le nombre de tours du primaire ?

La loi du transformateur nous dit que :

$$\frac{V_P}{V_S} = \frac{N_P}{N_S} \quad \longrightarrow \quad N_P = \frac{N_S V_P}{V_S} = \frac{50(220\text{V})}{11.0\text{V}} = 1000 \text{ tours}$$

La bobine secondaire du transformateur doit contenir 1000 tours.